

# ¿Puede la Estrategia de Control en Tiempo Real de Boarding Limits Mejorar el Rendimiento del Sistema?

Felipe Delgado, Ricardo Giesen, Juan Carlos Muñoz  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Departamento de Ingeniería en Transporte y Logística  
Vicuña Mackenna 4860, Macul, Casilla 306, Correo 22, Santiago, Chile  
Teléfono: +56-2-354-4804  
E-mail: fadelgab@ing.puc.cl, jcm@ing.puc.cl, Giesen@ing.puc.cl

Aldo Cipriano  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Vicuña Mackenna 4860, Macul, Casilla 306, Correo 22, Santiago, Chile  
Teléfono: +56-2-354-4290  
E-mail: aciprian@ing.puc.cl

## RESUMEN

Limitar la cantidad de pasajeros que pueden abordar un bus permite mejorar la regularidad de los intervalos entre buses y por consiguiente reducir los tiempos de espera. Estos efectos resultan aún más importantes en buses que se encuentran a capacidad. Muchas ciudades cuentan en la actualidad con personal especializado encargados tanto de controlar la evasión como de asistir en el proceso de subida de pasajeros, pudiendo incluso limitar éstas si es necesario. El presente trabajo discute las condiciones bajo las cuales la política de boarding limits puede ser más beneficiosa a través de una extensión del modelo de programación matemática para la operación de buses desarrollado por Delgado et al (2009) de manera de incluir sólo la política de retención de buses. Los resultados muestran que en escenarios de alta demanda de pasajeros e intervalos pequeños entre buses, la estrategia combinada de retención de buses y boarding limits arroja mejoras importantes en relación a utilizar la estrategia de sólo retención, con ahorros de hasta un 12%. En escenarios de baja demanda, la política de boarding limits no entrega mejoras sustantivas.

*Palabras clave:* Regularidad de intervalos, Retención de buses, Boarding limits.

## ABSTRACT

Limiting the maximum number of passengers to board a bus can improve headway regularity and therefore reduce waiting times. This effect should be expected to be more significant on buses facing active capacity constraints. Many cities already have bus stops equipped with specialized personnel in charge of controlling fare evasion and assisting boarding; they could also limit boarding if needed. This paper discuss the conditions under which boarding limits policy can be more beneficial by extending a real time mathematical programming model of buses operating on a transit corridor developed by Delgado et al (2009), to allow for only holding strategy. The results show that, in scenarios of high passenger demand and short bus headway operations, strategies that combine holding and boarding limits perform significantly better than just holding, with savings up to 12%. On scenarios of low passenger demand, the boarding limits policy does not improve performance considerably.

*Keywords:* Headway regularity, Bus holding, Boarding limits.

## 1. INTRODUCCIÓN

La ausencia de un sistema de control, provoca que los buses tiendan a operar formando pelotones producto de las aleatoriedades propias del tráfico y de la demanda de pasajeros en las diferentes paradas de la red. Esta forma de operación genera un aumento ostensible en la varianza de los intervalos entre buses, aumentando los tiempos promedio de espera de los pasajeros y su variabilidad. Esto incide fuertemente en el nivel de servicio percibido por los usuarios ya que el valor subjetivo del tiempo de espera es el más alto de entre los demás componentes de un viaje (acceso, viaje en vehículo) (Ortúzar, 1983). A su vez, en escenarios de alta demanda de pasajeros, característico de países en vías de desarrollo, es común observar situaciones donde la capacidad de los buses se ve alcanzada, existiendo pasajeros que se ven impedidos de abordar el primer bus en pasar y deben por tanto esperar al siguiente.

El problema que se plantea en este artículo consiste en determinar una estrategia óptima de control de buses en las diferentes paradas de la red, de manera tal de minimizar el tiempo total destinado por los usuarios del sistema a realizar sus viajes. De acuerdo a Eberlein (1995) las estrategias de control se pueden clasificar en tres grupos: (i) control en estaciones, entre las que están la retención de buses y el salto de estaciones; (ii) control inter-estaciones, donde se destacan entre otras, el control de velocidad de los buses, adelantamientos y la programación preferente de semáforos; y por último (iii) otras medidas de control como son la inyección de vehículos.

En este trabajo, se presenta una extensión a la formulación desarrollada por Delgado et al (2009). En ésta, los autores formulan un modelo de programación matemática para actualizar planes empleando un horizonte móvil de predicción. En este modelo, cada vez que un bus llega a una parada, dos políticas de control son calculadas de manera simultánea: (i) retención de buses y (ii) boarding limits. La primera, determina qué buses deben ser retenidos, dónde y por cuánto tiempo, mientras que la decisión de boarding limits dice relación con el número de pasajeros a los que se impide abordar un bus de manera de aumentar su velocidad de operación. En general, la política de boarding limits puede generar impactos negativos en la opinión pública, debido a que los usuarios se pueden sentir discriminados al impedirles abordar el primer bus que pase. Sin embargo, este tipo de políticas deben ser aplicadas sólo si los beneficios obtenidos por parte de ésta son significativos. Con el propósito de determinar los escenarios bajo los cuales esta política ostenta mayores beneficios, se presenta en este trabajo un nuevo modelo de actualización de planes basado en la retención de buses.

De esta forma es posible comparar tanto el modelo de Retención y Boarding Limits con Información en Tiempo Real (RBLITR) (ver Delgado et al, 2009) con el nuevo modelo de Retención con Información en Tiempo Real (RITR), donde la única política de control es la retención de un bus en cualquier parada.

La retención de buses, se clasifica en dos tipos dependiendo de la existencia o no de un horario predefinido. Un sistema basado en horarios predefinidos de pasada por cada parada, es normalmente utilizado para servir sistemas con una baja demanda de pasajeros, típico de servicios con intervalos largos de operación (Ceder, 2001; Furth y Muller, 2006, 2007; Zhao et al, 2006). Por otra parte, en sistemas de alta demanda de pasajeros, como los que interesa estudiar en este trabajo, son operados por servicios de alta frecuencia, sin horario predefinido, lo que es frecuente para servicios de intervalos breves de operación (e.g. menor a 10 minutos). En relación a esta última, se estudió primeramente la retención utilizando un intervalo umbral, donde un bus es retenido si su intervalo es menor que dicho umbral o es despachado inmediatamente si es mayor (Barnett, 1974; Turnquist y Blume, 1980; Fu y Yang, 2002). Con la aparición de nuevas tecnologías de información y comunicación, como es el caso de los GPS, es posible desarrollar modelos más complejos consistentes en determinar un tiempo de retención óptima para cada vehículo, de manera de minimizar el tiempo total de espera de los pasajeros en las paradas o una combinación de ésta con la demora de los usuarios a bordo de un vehículo retenido. En esta línea Eberlein et al (2001) presenta una formulación que busca minimizar los tiempos medios de espera en las paradas, pero sin considerar los tiempos de espera de las personas dentro del bus mientras éste está retenido, ni tampoco la restricción de capacidad de los buses. En este caso los resultados muestran que la política óptima es realizar la retención en una sola parada. Sun y Hickman (2004) por su parte, abordan este mismo problema en dos dimensiones involucrando la retención de muchos buses, pero en que las estaciones de control son dadas. Se muestra que hacer retención en varias estaciones da la oportunidad de regularizar los intervalos de los buses de manera tal que se aumenta la reducción de costos en comparación con hacerlo en una única estación. Zhao et al (2003) presentan un control basado en la negociación entre dos agentes uno en el bus y otro en la parada. Los resultados por simulación muestran que el algoritmo de negociación resulta robusto para diferentes condiciones de operación.

La restricción de capacidad en los vehículos es tratada por Zolfaghari et al (2004) quienes formulan un problema donde la función objetivo planteada minimiza el tiempo de espera de los usuarios que llegan a la parada así como también el de aquéllos que tienen que esperar más de un bus debido a la activación de la restricción de capacidad. Sin embargo, no considera los tiempos de espera extra que sufren los ocupantes dentro del bus mientras éste está detenido en una parada. En la misma línea, Puong y Wilson (2004) extienden el caso anterior al considerar en la función objetivo este último término, para el caso de interrupciones en el servicio de trenes. Para este caso proponen un modelo entero mixto no lineal, en el cual se supone que el tiempo de transferencia de pasajeros es constante en cada parada. El problema se resuelve mediante un esquema Branch and Cut en un tiempo razonable.

En relación a estrategias tendientes a aumentar la velocidad de operación de los vehículos, una de las más estudiadas corresponde al salto de estaciones (Suh et al, 2002; Fu et al, 2003; Sun y Hickman, 2005), mientras que la propuesta de dejar abajo a una fracción de pasajeros en una parada, i.e. boarding limits, el cual puede ser visto como una versión continua de la política de salto de paradas, fue introducida por Delgado et al (2009).

Existen pocos intentos de evaluación de la operación combinada de más de una estrategia de control, como es el caso de Shen y Wilson (2001) quienes proponen un modelo en tiempo real para interrupciones en un sistema de trenes donde se incluyen de manera conjunta las políticas de retención, expressing y short turning. El problema considera la restricción de capacidad de los trenes y es resuelto mediante un método de Branch and Bound sobre una versión linealizada de un problema originalmente no lineal. Los resultados muestran que el solo aplicar la estrategia de retención puede reducir los tiempos de espera en cerca de un 10% y sin mejorar sustancialmente cuando se aplica en conjunto con expressing. Por último, Sáez et al (2007) proponen un controlador predictivo híbrido en el cual las acciones de control correspondientes a la retención de un bus y al salto de estaciones, se toman cada vez que un bus llega a una parada. A partir de este evento se predice la evolución futura del sistema, con el propósito de disminuir los tiempos de viaje que consideran tanto los tiempos de espera en las paradas, así como el tiempo extra de los ocupantes dentro del bus mientras éste está detenido. El problema se resuelve ocupando Algoritmos Genéticos, para lo cual la retención puede tomar sólo valores discretos de 0, 30, 60 o 90 segundos.

Este trabajo extiende y se diferencia de los antes mencionados en los siguientes aspectos: (i) la política de retención es tratada tanto de manera aislada como en conjunto con boarding limits y (ii) la bondad del modelo es testada en escenarios donde la restricción de capacidad de los buses se ve y no alcanzada. Además, se incorpora la restricción de capacidad en los buses sin necesidad de incluir variables binarias que dificulten el proceso de solución; la duración de la retención puede tomar cualquier valor continuo y la función objetivo incluye, entre otros factores, los tiempos extras de espera experimentado por aquellos pasajeros que deben esperar más de un bus debido a la restricción de capacidad.

El presente trabajo se ha dividido en cinco secciones. En la sección 2, se presenta el sistema a modelar, en el cual se describen las características del corredor de transporte público. La sección 3, muestra la descripción del modelo, incluyendo las variables de estado así como los principales supuesto y notación a utilizar para las diferentes variables y parámetros del problema. En la sección 4, se presenta una completa formulación del modelo incluyendo función objetivo y restricciones. La sección 5, introduce los experimentos de simulación, describiendo los escenarios donde el control propuesto es aplicado y compara los resultados obtenidos con las estrategias *sin control*, *control simple* y sólo holding. Finalmente, la sección 6, presenta las conclusiones, incluyendo principales contribuciones y temas a abordar en trabajos futuros.

## 2. SISTEMA A MODELAR

El sistema a modelar consiste en un corredor unidireccional de Transporte Público de alta frecuencia y demanda de pasajeros, conformado por  $N$  paradas, sobre el cual opera un solo servicio de buses de alta frecuencia, formado por  $K$  buses homogéneos de capacidad  $cap$  de pasajeros. Los buses comienzan su operación cada día desde el Terminal correspondiente a la parada 1, siguiendo su recorrido aguas abajo (paradas 2,3,...,  $N$ ) para llegar finalmente de vuelta al Terminal ( $N+1$ ) donde todos los pasajeros remanentes en los buses deben descender de ellos. Los buses están numerados en estricto orden de avance en el corredor (1 es el de más adelante, mientras que  $K$  es el de más atrás).

### 3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

#### 3.1 Variables de Estado

El modelo de Retención y Boarding Limits con Información en Tiempo Real (RBLITR) asume que para cualquier instante de tiempo, se cuenta con información en tiempo real sobre la posición y el número de pasajeros dentro de cada bus, así como la cantidad de pasajeros esperando en las diferentes paradas de la red. De esta manera el sistema queda completamente determinado por las siguientes variables de estado:

$d_k$ : Distancia entre el bus  $k$  y la última parada aguas arriba de éste, expresada en metros.

$e_k$ : Parada inmediatamente aguas arriba del bus  $k$ . Una parada se considera aguas arriba de un bus si este último ya ha visitado la parada.

$m_{ki e_k + 1}$ : Cantidad de pasajeros que viajan dentro del bus  $k$ , que subieron en la parada  $i$ , antes de llegar a la parada inmediatamente aguas abajo del bus  $k$ . ( $\forall i < e_k + 1$ )

$c_n$ : Cantidad de pasajeros esperando en la parada  $n$ .

En relación a la demanda de pasajeros se asume, para cada parada una tasa fija de llegada de pasajeros y un vector de proporciones que permite distribuir estos viajes a cada uno de las paradas aguas abajo. Es importante destacar que estas tasas de llegada y estos vectores de distribución son diferentes para cada una de las paradas que dan origen a los viajes.

#### 3.2 Supuestos

A lo largo de este trabajo, se asumen los siguientes supuestos:

- Se asume flota homogénea para los buses.
- No se permite el adelantamiento de buses y todos los buses se detienen en todas las paradas.
- Las tasas de llegada a cualquier parada y los tiempos de viaje entre paradas son conocidas y homogéneas para el periodo de interés.
- En el proceso de transferencia de pasajeros, el tiempo de subida domina el tiempo de bajada en la mayoría de las paradas. Por esta razón se utilizará una estimación del tiempo de subida de pasajeros como el tiempo total de transferencia.
- Se considera un bus ficticio que circula luego del bus  $K$ , el cual cuenta con capacidad ilimitada para llevar pasajeros. No llegan pasajeros a las paradas después del paso de este bus. Para este bus el tiempo de transferencia de pasajeros en cada parada se establece estimando el tiempo de transferencia promedio que se debiera presentar en esa parada durante el período de planificación.

#### 3.3 Notación

Las siguientes variables y parámetros adicionales son utilizados en la formulación:

$k$ : índice de buses,  $k = 1, \dots, K$

$n$ : índice de paradas,  $n = 1, \dots, N+1$

$t_0$ : tiempo actual, correspondiente al instante cuando la decisión de control debe ser hecha, expresado en minutos.

$\theta_i$ : distintos factores que componen la función objetivo ( $i=1, 2, 3, 4$ ).

$cap$ : capacidad en pasajeros de un bus.

$\lambda_n$ : tasa de llegada de pasajeros a la parada  $n$ , expresado en pasajeros por minuto.

$t_b$ : tiempo de subida de pasajeros, expresado en minutos por pasajero.

$r_n$ : distancia entre dos paradas  $n$  y  $n+1$ , expresada en metros.

$v_n$ : velocidad de operación de un bus, entre las paradas  $n$  y  $n+1$ , en metros por minuto.

$\bar{t}_n$ : instante de salida del bus ficticio desde la parada  $n$ , expresado en minutos.

$P_{kij}$ : proporción de pasajeros que abordando el bus  $k$  en la parada  $i$ , se dirige a la parada  $j$ .

Además se estiman como parte de la dinámica del sistema:

$mt_{kn}$ : número total de pasajeros que viajarían en el bus  $k$  antes de llegar a la parada  $n$ .

$m_{kin}$ : cantidad de pasajeros que subieron en la parada  $i$  y que viajarían dentro del bus  $k$  antes de llegar a la parada  $n$ . ( $\forall i < n$ )

$s_{kn}$ : capacidad disponible para el bus  $k$  antes de llegar a la parada  $n$ , en pasajeros.

$td_{kn}$ : instante de salida del bus  $k$  de la parada  $n$ , expresado en minutos.

$a_{kn}$ : número de pasajeros que bajarían del bus  $k$  en la parada  $n$ .

$dp_{kn}$ : número de pasajeros que desearían abordar el bus  $k$  en la parada  $n$ .

$b_{kn}$ : número de pasajeros que subirían al bus  $k$  en la parada  $n$ .

$f_{kn}$ : tiempo de transferencia de pasajeros del bus  $k$  en la parada  $n$ , expresado minutos.

#### 3.4 Variables de Decisión

Para el RBLITR se consideran dos variables de decisión de manera simultánea:

$h_{kn}$ : tiempo a retener el bus  $k$  en la parada  $n$ , expresado en minutos.

$w_{kn}$ : número de pasajeros que no alcanzarían a subir al bus  $k$  en la parada  $n$ .

### 4. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

A continuación se formula un modelo determinístico de programación matemática que determina de manera simultánea los tiempos de retención de los buses en las distintas paradas del corredor y la fracción de pasajeros a dejar debajo de un bus de modo de minimizar una cierta función objetivo.

#### 4.1 Función Objetivo (FO)

El objetivo central del controlador central, consiste en minimizar los tiempos totales de viaje desde que los usuarios llegan a la parada hasta la llegada a sus destinos. Como los tiempos de viaje en vehículos mientras éste está en movimiento se asumen constantes, el objetivo de control consiste en minimizar los tiempos de espera experimentados por los pasajeros tanto dentro del bus como en las diferentes paradas de la red. Estas componentes se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\text{Min}_{h_{kn}, w_{kn}} \quad & \theta_1 \cdot \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{n=e_k+1}^{e_{(k-1)}} \left\{ \frac{\lambda_n}{2} \cdot (td_{kn} - t_0)^2 + c_n \cdot (td_{kn} - t_0) \right\} + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=e_k+1}^N \left\{ \frac{\lambda_n}{2} \cdot (td_{k+1n} - td_{kn})^2 \right\} \right] + \\
& \left[ + \sum_{n=e_k+1}^N \left\{ \frac{\lambda_n}{2} \cdot (\bar{t}_n - td_{kn})^2 \right\} \right] + \\
& \theta_2 \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{n=e_k+1}^N mt_{kn+1} \cdot h_{kn} + \theta_3 \cdot \left[ \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=e_k+1}^N w_{kn} \cdot (td_{k+1n} - td_{kn}) + \sum_{n=e_k+1}^N w_{kn} \cdot (\bar{t}_n - td_{kn}) \right] + \\
& \theta_4 \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{n=e_k+1}^N w_{kn} \cdot s_{kn+1}
\end{aligned} \quad (1)$$

El primer término de la expresión (1) corresponde al tiempo de espera ( $T_{esp}$ ), que sufren los pasajeros en una parada hasta que llega el primer bus. En particular se distingue al tiempo de espera que sufren los pasajeros en aquellas paradas donde el bus  $k$  corresponde al primer bus en pasar, del tiempo de espera que experimentan los pasajeros que llegan a una parada  $n$ , ya visitada por otro bus ( $k-1$ ), hasta la pasada del bus  $k$ . Este primer término impone una característica no lineal en la función objetivo pues el tiempo total de espera sufrido por todos los usuarios que toman un bus es proporcional al cuadrado del intervalo entre buses. El segundo término indica el tiempo de espera experimentado por los pasajeros dentro de un bus  $k$ , mientras éste es retenido en la parada  $n$  ( $T_{ret}$ ). El tercer término representa el tiempo de espera extra ( $T_{extra}$ ) que experimentan aquellos pasajeros que no pueden abordar el bus  $k$  debido a que éste se encuentra a capacidad o producto de una decisión del controlador. El último término, corresponde a una penalidad (PE) por pasajeros dejados abajo del bus aún cuando exista espacio disponible. Los cuatro términos se multiplican por factores  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  y  $\theta_4$  de modo de, eventualmente, pesar de distinta manera cada uno de ellos.

De esta forma la función objetivo para el RBLITR resulta:

$$\text{Min}_{h_{kn}, w_{kn}} \quad \theta_1 \cdot T_{esp} + \theta_2 \cdot T_{ret} + \theta_3 \cdot T_{extra} + \theta_4 \cdot PE \quad (2)$$

Se observa que un valor de  $\theta_4$  muy alto en comparación al resto de los pesos, generará que el controlador tienda a no dejar pasajeros abajo si el bus cuenta con capacidad disponible.

## 4.2 Restricciones

$$td_{kn} = t_0 + \frac{r_{n-1} - d_k}{v_{n-1}} + f_{kn} + h_{kn} \quad \forall k; n = e_k + 1 \quad (3)$$

$$td_{kn} = td_{kn-1} + \frac{r_{n-1}}{v_{n-1}} + f_{kn} + h_{kn} \quad \forall k; n = e_k + 2, \dots, N \quad (4)$$

$$m_{kin} = m_{kin-1} \cdot (1 - p_{kin-1}) \quad \forall k; n = e_k + 2, \dots, N \\
+ 1; i = 1, 2, \dots, n-2 \quad (5)$$

$$m_{kin} = b_{ki} \quad \forall k; n = e_k + 2, \dots, N \\
+ 1; i = n-1 \quad (6)$$

$$mt_{kn} = \sum_{i=1}^{n-1} m_{kin} \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N+1 \quad (7)$$

$$s_{kn} = cap - mt_{kn} \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N+1 \quad (8)$$

$$dp_{kn} = c_n + \lambda_n \cdot (td_{kn} - t_0) \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, e_{(k-1)} \quad (9)$$

$$dp_{kn} = w_{k-1n} + \lambda_n \cdot (td_{kn} - td_{k-1n}) \quad \forall k \neq 1; n = e_{(k-1)} + 1, \dots, N \quad (10)$$

$$a_{kn} = \sum_{i=1}^{n-1} m_{kin} \cdot p_{kin} \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N+1 \quad (11)$$

$$w_{kn} \geq dp_{kn} - s_{kn} - a_{kn} \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N \quad (12)$$

$$w_{kn} \geq 0 \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N \quad (13)$$

$$b_{kn} = dp_{kn} - w_{kn} \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N \quad (14)$$

$$f_{kn} = b_{kn} \cdot t_b \quad \forall k; n = e_k + 1, \dots, N \quad (15)$$

$$td_{kn} - td_{k-1n} \geq 0 \quad \forall k \neq 1; n = e_k + 1, \dots, N \quad (16)$$

$$\bar{t}_n - td_{kn} \geq 0 \quad n = e_k + 1, \dots, N \quad (17)$$

Las restricciones (3) y (4) definen los tiempos de salida de los buses de las paradas aguas abajo para cada bus. Las restricciones (5) y (6) establecen la cantidad de pasajeros que viajarían dentro del bus  $k$  antes de llegar a la parada  $n$  y que subieron en alguna de las paradas anteriores  $i$ . En (7) se señala que la cantidad total de pasajeros dentro de un bus  $k$  antes de llegar a una parada  $n$ , es simplemente la suma de los pasajeros dentro del bus que subieron en las paradas anteriores, mientras que en (8) se relaciona la capacidad disponible de un bus antes de llegar a una parada, con la cantidad total de pasajeros dentro del bus y su capacidad.

Las restricciones (9) y (10) establecen la demanda potencial de pasajeros en una cierta parada para un determinado bus. En (11), se relaciona el número total esperado de pasajeros que bajan de un bus en una cierta parada con la probabilidad estimada que esos pasajeros bajen en esa parada dada la parada en la cual abordaron el bus.

Las restricciones (12) y (13) en conjunto indican que la cantidad de pasajeros a dejar abajo en una determinada parada  $n$  debe ser mayor o igual que el número de pasajeros que no logran subir al bus  $k$  debido a que este se encuentra a capacidad. De esta forma se permite al control dejar abajo pasajeros aún cuando exista espacio dentro del bus como una medida de apurar la salida de éste y de este modo aumentar su velocidad de operación. En (14), la cantidad de pasajeros que logran subir al bus  $k$  en la parada  $n$  corresponde a la diferencia entre la demanda potencial y aquellos pasajeros que no logran subir al bus en la parada. En (15), el tiempo de transferencia de pasajeros para un bus  $k$  en una parada  $n$ , corresponde a la suma de los tiempos de subida de todos los pasajeros que logran abordar ese bus en esa parada. Por último las restricciones (16) y (17) establecen que los buses no pueden adelantarse entre ellos.

Para una detallada explicación de las restricciones de este modelo ver Delgado et al (2009).

La función objetivo en (1) es cuadrática en términos de  $h_{kn}$  y  $w_{kn}$ , pero no convexa, mientras que todas las restricciones del modelo son lineales. Para solucionar el problema, el modelo de programación matemática fue codificado en AMPL y resuelto utilizando MINOS.

## 5. EXPERIMENTO DE SIMULACIÓN

El modelo propuesto es aplicado a un corredor de transporte público ficticio de 10 km. de longitud, con 30 paradas igualmente espaciadas, donde el Terminal corresponde a las paradas 1 y 31. La velocidad de operación de los buses entre paradas, se ha asumido en 26 Km/h, mientras que los tiempos de subida y bajada por pasajero se ha fijado en 2,5 y 1,5 segundos respectivamente.

Los pesos de la función objetivo se han fijado en  $\theta_1=1$ ,  $\theta_2=0,5$  y  $\theta_3=2$ , de manera de reflejar la mayor desutilidad experimentada por aquellos pasajeros que deben esperar más de un bus.

### 5.1 Escenarios

Con el propósito de evaluar y comparar el modelo propuesto bajo diferentes condiciones de operación, los siguientes dos escenarios son probados: (i) la capacidad de los buses es alcanzada; y (ii) la capacidad de los buses nunca es alcanzada. Para ambos escenarios, se distingue además: (i) escenarios con alta frecuencia de buses; y (ii) escenarios con frecuencia media de buses. De esta forma, se consideran cuatro escenarios, tal como se resume en la Tabla 1.

TABLA 1: Escenarios de Simulación

Escenario	alcanzan los buses capacidad	Intervalo de Diseño (seg.)
1	Si	290
2	Si	140
3	No	250
4	No	140

### 5.2 Estrategias de Control Simuladas

La función objetivo para los escenarios modelados, es resuelta utilizando cuatro diferentes estrategias de control. Las primeras dos (*sin control* y *control simple*) son utilizadas como comparación; la tercera corresponde a la estrategia RBLITR, propuesto en Delgado et al (2009), mientras que la cuarta, correspondiente a la *Retención con Información en Tiempo Real* (RITR), se relaciona a la aplicación del RBLITR utilizando un peso grande en el término relacionado con la penalidad de dejar pasajeros abajo si existe espacio disponible. Tanto en el RBLITR como en el RITR, el modelo de programación matemática es utilizado cada vez que un nuevo evento se produce en el sistema, el cual viene dado por la llegada de un bus a una parada. A partir de este evento se determinan no sólo las variables de decisión correspondientes al bus que generó el evento si no todas las acciones de control para todos los buses presentes en el sistema en todos los paraderos futuros a visitar hasta llegar nuevamente al terminal. Sin embargo, solamente se aplica las variables de decisión calculadas para aquél bus que generó el evento, repitiéndose completamente el proceso cuando un nuevo bus llegue a una parada.

Resumiendo, se comparan las siguientes estrategias de control:

- *Sin control*. Correspondiente a la evolución espontánea del sistema, en el cual los buses son despachados desde el terminal de acuerdo al intervalo de diseño, sin tomar ninguna otra acción de control a lo largo de la ruta.
- *Control simple*. Basado en una regla miope de regularización de intervalos entre buses, donde un bus es retenido si el intervalo respecto al bus anterior es menor al intervalo de diseño o es despachado inmediatamente en otro caso. Las paradas de control son determinadas utilizando el criterio de Turnquist y Blume (1980).

- RBLITR, donde no se considera la penalidad por dejar pasajeros abajo ( $PE=0$ ).
- *Retención con Información en Tiempo Real* (RITR), donde se ha fijado  $\theta_4 = 9000$  de modo que el boarding limits no sea nunca utilizado, es decir, la retención de buses corresponde a la única variable de decisión.

### 5.3 Resultados de la Simulación

Para cada combinación de escenarios y estrategias, se han efectuado un total de 30 réplicas, cada una representando la operación de un servicio de buses durante 2 horas. El sistema fue simulado utilizando una adaptación del simulador desarrollado por Sáez et al (2007), utilizando números aleatorios comunes y las mismas condiciones iniciales correspondiente a los buses sin pasajeros, igualmente espaciados a lo largo del corredor. Se considera además un periodo de 15 minutos de precalentamiento en donde se deja evolucionar el sistema de manera espontánea, antes de aplicar cualquier estrategia de control.

Para cada corrida, los siguientes índices han sido obtenidos: tiempos promedios de espera total ( $T_{esp}$ ,  $T_{ret}$ ,  $T_{extra}$ ). Para cada una de estas medidas, se obtienen intervalos de confianza. Además se presentan gráficos sobre la carga de los buses y las trayectorias de éstos para los casos más representativos.

TABLA 2: Función Objetivo y Desviación Estándar para las Cuatro Estrategias: Escenario 1

	Escenario 1			
	sin control	control simple	RITR	RBLITR
$T_{esp}$	15222,79	12705,96	11811,33	11532,65
Desv. Std.	1844,25	1180,11	588,86	371,62
%reducción	-	-16,53	-22,41	-24,24
$T_{extra}$	865,20	780,91	77,29	370,90
Desv. Std.	1032,70	1017,47	123,23	313,98
%reducción	-	-9,74	-91,07	-57,13
$T_{ret}$	-	860,55	1035,86	960,96
Desv. Std.	-	355,41	201,80	147,22
FO	16087,98	14347,42	12924,48	12864,51
Desv. Std.	2790,37	2471,25	870,88	773,10
%reducción	-	-10,82	-19,66	-20,04

TABLA 2 (Continuación): Función Objetivo y Desviación Estándar para las Cuatro Estrategias: Escenario 2

	Escenario 2			
	sin control	control simple	RITR	RBLITR
	12146,56	10655,68	9087,49	8188,74
	578,78	399,20	801,63	307,49
	-	-12,27	-25,18	-32,58
	1097,21	737,21	720,81	908,26
	570,71	471,61	948,41	299,30
	-	-32,81	-34,31	-17,22
	-	424,64	2203,19	1470,84
	-	92,93	631,06	84,57
	13243,76	11817,53	12011,48	10567,83
	911,57	786,71	2131,03	591,14
	-	-10,77	-9,30	-20,21

La Tabla 2 muestra los resultados para los diferentes términos que conforman la función objetivo para las 4 estrategias utilizadas en los escenarios de alta demanda de pasajeros donde la restricción de capacidad de los buses está activa en algunas paradas. En el caso del escenario 1, el *control simple* muestra un ahorro superior al 10% en los tiempos totales (FO), mientras que las estrategias RITR y RBLITR se comportan de similar manera obteniendo ahorros cercanos al 20%. Resulta importante señalar

que ambas estrategias propuestas muestran a su vez, una desviación estándar más de tres veces inferiores a las entregadas por los casos *sin control* y *control simple*, entregando una medida de confiabilidad de las estrategias propuestas. Se observa a su vez, que los mayores ahorros se logran en la reducción de los tiempos extras de espera ( $T_{extra}$ ), los cuales caen en un 91% para el caso del RITR y en un 57% para el RBLITR. Si se comparan las estrategias de RITR con RBLITR se aprecia que los mayores tiempos de espera extra experimentados por el RBLITR al permitir dejar pasajeros abajo, son compensados con menores tiempos de retención sufridos por los pasajeros dentro del bus y menores tiempos de espera hasta la pasada del primer bus ( $T_{esp}$ ).

Para el caso de intervalos pequeños, representados por el escenario 2, se percibe nuevamente que el RBLITR muestra los mejores resultados con ahorros en la función objetivo de más de un 20%. Por su parte el RITR y el *control simple* muestran ahorros cercanos al 9% y 10 % respectivamente. Se advierte que los mayores ahorros para el RBLITR se logran en relación a los tiempos hasta la pasada del primer bus ( $T_{esp}$ ), con un 32,6% de ahorro respecto al caso *sin control*. En relación a los tiempos extras de espera, se observa que los mayores beneficios se obtienen para el RITR y *control simple* con un 34,3% y 32,8% de ahorro respectivamente, mientras que el RBLITR logra reducciones del orden del 17%, aún cuando una de las variables de decisión es dejar pasajeros abajo. Al igual que en el caso del escenario 1, este mayor tiempo de espera extra obtenido para el caso del RBLITR en relación al RITR se ve compensado por más de un 33% de menos tiempo de retención.

De la comparación de los escenarios 1 y 2, se distingue que la estrategia combinada RBLITR presenta mayores beneficios que la RITR cuando los intervalos entre buses son pequeños. Esto se debe especialmente a que las incomodidades que sufre un pasajero que no puede tomar el primer bus que pasa, se ven reducidas al tener otro bus que pase por la parada en un tiempo razonable, lo cual indica la factibilidad de adoptar este tipo de estrategia en sistemas de muy alta frecuencia.

**TABLA 3: Función Objetivo y Desviación Estándar para las Cuatro Estrategias: Escenario 3**

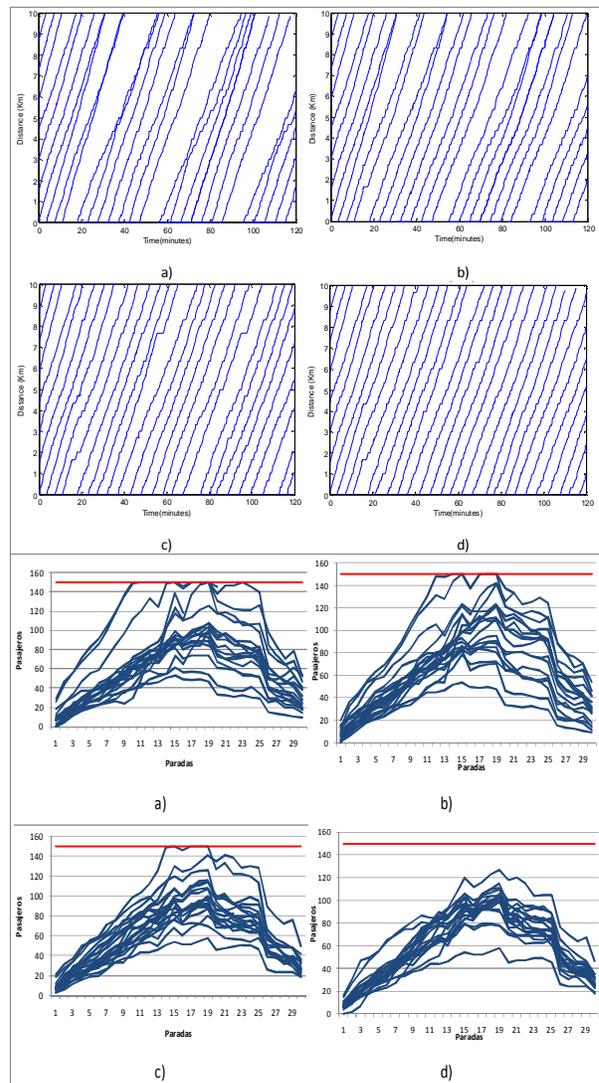
Escenario 3				
	sin control	control simple	RITR	RBLITR
$T_{esp}$	7803,82	7382,34	6698,85	6696,41
Dev. Std.	915,51	588,62	193,82	186,93
%reducción	-	-5,40	-14,16	-14,19
$T_{extra}$	0,00	0,00	0,00	19,19
Dev. Std.	0,00	0,00	0,00	32,03
$T_{ret}$	-	37,66	559,76	544,23
Dev. Std.	-	30,93	96,11	77,16
FO	7803,82	7420,01	7258,61	7259,84
Dev. Std.	915,51	603,37	241,78	245,02
%reducción	-	-4,92	-6,99	-6,97

**TABLA 3 (Continuación): Función Objetivo y Desviación Estándar para las Cuatro Estrategias: Escenario 4**

Escenario 4				
sin control	control simple	RITR	RBLITR	
4754,69	4242,68	3900,48	3878,22	
193,29	128,41	130,47	115,62	
-	-10,77	-17,97	-18,43	
0,00	0,00	0,00	20,40	
0,00	0,00	0,00	15,50	
-	409,17	675,13	662,91	
-	79,65	54,79	52,43	
4754,69	4651,85	4563,07	4561,53	
193,29	118,74	177,45	159,53	
-	-2,16	-4,03	-4,06	

Los resultados para los escenarios 3 y 4 donde la restricción de capacidad de los buses no se alcanza, se muestran en las Tablas 3 y 4. Para ambos escenarios se advierte que las estrategias RBLITR y RITR resultan ser prácticamente iguales en todos los indicadores ( $T_{esp}$ ,  $T_{ret}$ , FO), logrando reducciones respecto a la función objetivo superiores a las obtenidas por el *control simple*. Se observa a su vez que el RBLITR es el único que presenta tiempos de espera extra debido a que corresponde a una de las variables de decisión del modelo. Sin embargo, para el caso de baja demanda este tiempo no supera el 0,5% del tiempo total para ambos escenarios.

De la comparación de las Tablas 2 y 3 se observa que las mayores reducciones en los tiempos totales (FO) son logrados en escenarios de alta demanda de pasajeros donde la capacidad de los buses se ve alcanzada.



**FIGURA 1: Trayectoria y Carga de los Buses en las Diferentes Paradas para las 4 Estrategias: a) sin control; b) control simple; c) RITR; d) RBLITR**

De la observación de la Figura 1a) se puede advertir que para el caso *sin control* los buses tienden naturalmente a formar pelotones, lo que se ve representado en la figura por las líneas, las cuales tienden a juntarse. Esto provoca que la carga de los buses en una parada determinada, presenten una gran variabilidad. En el caso *sin control*, esto se advierte por la existencia de un número importante de buses circulando a capacidad en un número

considerable de paradas, mientras existen otros buses que viajan con una carga mucho menor en las mismas estaciones. La aplicación de alguna medida de control como el caso de *control simple* permite a los buses mantener intervalos muchos más uniformes. Sin embargo, aún se advierten ciertos buses que tienden a juntarse hacia el final del recorrido.

Las Figuras 1c) y d) muestran las trayectorias para los modelos propuestos RITR y RBLITR, las cuales son capaces de mantener el patrón de intervalos entre buses de manera uniforme en una forma más efectiva que la lograda para el caso del *control simple*. Es importante notar, de la comparación de estas figuras, que en general el tiempo medio de duración de las retenciones, tienden a ser menores para el RBLITR. A su vez se observa del análisis de la carga de los buses que la estrategia RBLITR muestra un patrón bastante definido y uniforme, presentando una muy baja variabilidad, lo que en efecto permite a todos los buses circular bajo capacidad a lo largo de todo el corredor, a diferencia de lo que ocurre con las otras 3 estrategias.

## 6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolló un modelo de Programación Matemática para la operación en un corredor de Transporte Público que considera las estrategias de retención y boarding limits. La capacidad de los buses es considerada y los planes son actualizados en tiempo real, cada vez que un bus llega a una parada.

El modelo propuesto fue evaluado en un ambiente de simulación, bajo diferentes condiciones de operación que muestran cuando la estrategia de boarding limits se comporta de mejor manera que la política tradicional de retención. Los resultados demuestran que las mayores reducciones en la función objetivo tanto para el RBLITR (retención y boarding limits) y RITR (retención) son logrados en aquellos escenarios con alta demanda de pasajeros, donde los buses llegan a capacidad, con ahorros hasta un 20% para ambos casos y una muy pequeña variabilidad en los tiempos totales de espera en comparación a la estrategia *sin control*.

La estrategia RBLITR muestra significantes mejoras en relación a la RITR en escenarios de alta demanda de pasajeros e intervalos pequeños entre buses. Esto muestra la factibilidad de adoptar este tipo de estrategias en sistemas de alta frecuencia, debido a que la desutilidad experimentada por aquellos pasajeros que no pueden abordar el primer bus en pasar se ve reducida. También se muestra al comparar RBLITR vs. RITR que los mayores tiempos extras de espera experimentado por los pasajeros para el RBLITR son compensados con menores tiempos de retención experimentado por los pasajeros dentro del bus.

En aquellos escenarios de baja demanda de pasajeros, ambos modelos se comportan de manera similar, siendo la política de boarding limits aplicada solo ocasionalmente, representado menos del 0,5% del tiempo de espera total.

Como trabajo futuro se considera incorporar nuevas medidas de control como son el salto de paradas, adelantamiento de buses y control de intersecciones semaforizadas, donde los autores ya han comenzado a trabajar.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada por el proyecto anillos tecnológicos ACT-32 "Real Time Intelligent Control for Integrated Transit Systems" y por la beca para realización de tesis doctoral otorgada por la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología (CONICYT) a Felipe Delgado.

## REFERENCIAS

- Barnett, A., (1974) On Controlling Randomness in Transit Operations. **Transportation Science**, 8(2), 101-116.
- Ceder, A. (2001) Bus Timetables with Even Passenger Loads as Opposed to Even Headways. **Transportation Research Record**, 1760, 3-9.
- Delgado, F., Muñoz, J.C., Giesen, R. and Cipriano, A. (2009) Real-Time Control of Buses in a Transit Corridor Based on Vehicle Holding and Boarding Limits. Aceptado para publicación en **Transportation Research Record**.
- Eberlein, X.-J. (1995) **Real Time Control Strategies in Transit Operations: Models and Analysis**. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- Eberlein, X.-J., Wilson, N.H.M., and Bernstein, D. (2001) The Holding Problem with Real-time Information Available. **Transportation Science**, 35(1), 1-18.
- Fu, L. y Yang, X. (2002) Design and Implementation of Bus-Holding Control Strategies with Real-Time Information. **Transportation Research Record**, 1791, 6-12.
- Fu L., Liu, Q. and Calamai, P. (2003) Real-Time Optimization Model for Dynamic Scheduling of Transit Operations. **Transportation Research Record**, 1857, 48-55.
- Furth, P. and Muller T. (2006) Optimality Conditions for Schedules with Timepoint Holding. **10th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT)**, Leeds, UK
- Furth, P. and Muller T. (2007) Service Reliability and Optimal Running Time Schedules. **Transportation Research Record**, 2034, 55-61.
- Ortúzar, J. de D. (1983) Nested Logit Models for Mixed-mode Travel in Urban Corridors. **Transportation Research**, 17A(4), 283-299.
- Puong A. and Wilson, N.H.M. (2004) A Train Holding Model for Urban Rail Transit Systems. **9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT) San Diego, California**. Disponible en <http://fugazi.engr.arizona.edu/caspt/puong.pdf>. (Sitio visitado el 15 de Marzo de 2008).
- Sáez, D., Cortés, C., Sáez, E., Núñez, A., and Tirachini, A. (2007) Hybrid Predictive Control Strategy For A Public Transport System With Uncertain Demand. **Proceedings of the Triennial Symposium on Transportation Analysis (TRISTAN) VI**, Phuket, Thailand.
- Shen, S., and Wilson, N.H.M. (2001) An Optimal Integrated Real-Time Disruption Control Model for Rail Transit Systems. **Computer-Aided Scheduling of Public Transport**, S. Vob and J. Daduna, eds., Springer-Verlag, 335-363.
- Suh W, Chon, K. and Rhee, S. (2002) Effect of Skip-Stop Policy on a Korean Subway System. **Transportation Research Record**, 1793, 33-39.
- Sun, A. and Hickman, M. (2004) The Holding Problem at Multiple Holding Stations. **9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT) San Diego, California**. Disponible en <http://fugazi.engr.arizona.edu/caspt/sun.pdf>. (Sitio visitado el 15 de Marzo de 2008).
- Sun, A. and Hickman, M. (2005) The Real-Time Stop-Skipping Problem, **Journal of Intelligent Transportation Systems**, 9(2), 91 – 109.
- Turnquist, M. and Blume, S. (1980) Evaluating Potencial Effectiveness of Headway Control Strategies for Transit Systems. **Transportation Research Record**, 746, 25-29.
- Zhao, J., Bukkapatnam, S. and Dessouky, M. (2003) Distributed Architecture for Real-Time Coordination of Bus Holding in Transit Networks. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, 4(1), 43-51.
- Zhao, J., Dessouky, M. and Bukkapatnam, S. (2006) Optimal Slack Time for Schedule-Based Transit Operations. **Transportation Science**, 40(4), 529-539.
- Zolfaghari S., Azizi, N. and Jaber, M. (2004). A Model for Holding Strategy in Public Transit Systems with Real Time Information. **International Journal of Transport Management**, 2, 99-110.